Решение экономической задачи ЕГЭ

Основные виды экономических задач

Кредит – это ссуда, предоставленная банком заемщику под определенные проценты за пользование деньгами. Как известно, существует два вида платежей по кредиту: дифференцированный и аннуитетный.

Дифференцированные платежи рассчитываются исходя из того, что сумма погашения основного долга из месяца в месяц одинаковая, а сумма погашения процентов зависит от того, сколько насчитал банк за последний месяц.

При аннуитетных платежах размер ежемесячного платежа остается постоянным на всем периоде кредитования. Ежемесячный платеж рассчитывается как сумма процентов, начисленных на текущий период и суммы идущей на погашения суммы кредита.

1.1 Задачи на кредиты с дифференцированными платежами

Задача 1

Рассмотрим задачу, которая раскрывает суть понятия «дифференцированный платеж» на простом примере. Допустим, что в банке взят кредит 1200 рублей на 12 месяцев. Причем, каждый платежный период долг сначала возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего платежного периода, а затем вносится оплата так, что долг становится на одну и ту же величину меньше долга на конец предыдущего платежного периода. Необходимо ответить на вопросы: Какую сумму нужно вернуть банку за весь платежный период? Какова сумма переплаты?

Рассуждаем. Долг перед банком по состоянию на конец года должен уменьшаться до нуля равномерно, то есть последовательность долгов перед банком такова:

1200;1100; 1000; 900;800; 700; 600; 500; 400; 300; 200;100.

Первого числа каждого месяца долг возрастает на 10%. Тогда последовательность долгов будет такова:

1200·1.1; 1100·1.1; 1000·1.1; 900·1.1; 800·1.1; 700·1.1; 600·1.1; 500·1.1; 400·1.1; 300·1.1; 200·1.1;100·1.1. или 1320; 1210; 1100;990; 880; …110.

Обращаем внимание на то, разница между долговыми суммами равна 110 рублей. Теперь найдем ежемесячные выплаты:

1 месяц- 1320-1100=220; 2 месяц- 1210-1000=210; 3 месяц- 1100- 900=200; 4 месяц- 990- 800=190; 5 месяц – 880-700=180 и так далее. И последняя наименьшая выплата равна 110 рублей. Замечаем, что выплаты уменьшаются ежемесячно на 10 рублей. Такова схема дифференцированного платежа. Далее можно найти сумму всех выплат. Она равна: 220+210+200+…+110 = 1980 (рублей). Таким образом, переплата составляет 65%.

Задача 2

15-го января 2015 года планируется взять кредит в банке на сумму 1.5 млн рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования? Какова сумма переплаты?

Решение. Построим математическую модель этой задачи и исследуем ее. Пусть S- сумма кредита. Долг перед банком по состоянию на конец второго года должен уменьшаться до нуля равномерно. Тогда последовательность размеров долга будет иметь вид:

; ; ; …; . Занесем эти данные в таблицу:

Месяц и год	15 января 2015 г	15 февраля 2015 г	15 марта 2015г	15 апреля 2015г	…	15 декабря 2016 года	15 января 2017 года
Долг перед банком					…		0

Найдем теперь размеры выплат:

1 месяц: - = (24·1.03 – 23).

2 месяц: - (23·1.03 – 22).

3 месяц:: - (22·1.03 – 21).

……………………………………………

24 месяц: - (1·1.03 – 0).

Найдем сумму всех выплат:

(24·1.03+23·1.03+22·1.03+…+1·1.03-23-22-21-…-1) =

= (1.03(24+23+22+…+1) –(23+22+21+…+1)) = (1.03·300–276) = ·33 =

Чтобы найти численное значение суммы всех выплат, надо подставить S=1,5. Получим, что сумма всех выплат равна 2,0625 миллионов рублей, или 2062500 рублей. Найдем сумму переплаты: 2062500-1500000=562500 (рублей).

Ответ: 2062500 рублей; 562500 рублей.

1.2 Задачи на кредиты с равными платежами.

Рассмотрим задачу, которая раскрывает суть понятия «аннуитетный платеж».

Задача 3

В июле 2016 года планируется взять кредит на 4 года в размере S млн рублей, где S – целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 30% по сравнению с концом предыдущего года

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга

- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц, год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020
долг	S	0.9S	0.7S	0.4S	0

Найдите наименьшее S, при котором общая сумма выплат будет больше 20 млн рублей.

Решение.

Долг перед банком (в млн рублей) должен уменьшаться до нуля на июль каждого года в соответствии с данной таблицей:

S; 0.9S; 0.7S; 0.4S; 0.

По условию, в январе каждого года долг увеличивается на 30%. Значит, долг в январе каждого года равен:

Месяц, год	Январь 2017	Январь 2018	Январь 2019	Январь 2020	Январь 2021
Долг	1.3S	1.3·0.9·S=1.17S	1.3·0.7·S=0.91S	1.3·0.4·S=0.52S	0

Найдем теперь выплаты с февраля по июнь каждого года:

1) $1.3 \cdot S - 0.9 \cdot S = 0.4 \cdot S$.

2) $1.17 \cdot S - 0.7 \cdot S = 0.47 \cdot S$

3) $0.91 \cdot S - 0.4S = 0.51 \cdot S$

4) $0.52 \cdot S - 0 = 0.52 \cdot S$

Найдем сумму всех выплат: $0.4 \cdot S+0.47 \cdot S+0.51 \cdot S+0.52 \cdot S=1.9 \cdot S$

Общая сумма выплат должна быть больше 20 млн рублей:

$1.9 \cdot S$ 20; S10

Наименьшее целое решение этого неравенства – число 11. Значит, искомый размер кредита – 11 млн рублей. Ответ: 11 млн рублей

Задача 4

15-го января планируется взять кредит в банке на четыре месяца в размере 2 млн руб. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r % по сравнению с концом предыдущего месяца, где r – целое число;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей:

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05
Долг (в млн р.)	2	1.6	1	0.5	0

Найдите наибольшее значение r, при котором общая сумма выплат будет меньше 2,5 млн р.

Решение.

Долг перед банком (в млн рублей) на 15-е число каждого месяца должен уменьшаться до нуля следующим образом:

2; 1.6; 1; 0.5; 0.

Обозначим $k = 1+$ Тогда долг на 1-е число каждого месяца равен:

2k; 1.6 k; 1k; 0.5k; 0.

Найдем теперь выплаты со 2-е по 14-е число каждого месяца:

2k-1.6; 1.6k-1; k-0.5; 0.5k.

Общая сумма выплат составляет:

$(2k-1.6) +(1.6k-1) + (k-0.5) + 0.5k = 5.1k - 3.1$

По условию, общая сумма выплат будет меньше 2.5 млн руб. Значит, составляем неравенство:

$5.1k - 3.1 \leq 2.5$.Подставляя вместо k выражение $1+$ и решая неравенство, получим, что $r \leq 9$. Наибольшее целое решение этого неравенства – число 9. Значит, искомое число процентов - 9%.

Ответ: 9%

1.3 Задачи на вклады

Задача 5

Производство x тыс. единиц продукции обходится в q = 0,5 + x + 7 млн рублей в год. При цене p тыс. рублей за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн рублей) составляет (px – q). При каком наименьшем значении p через три года суммарная прибыль составит не менее 75 млн рублей?

Решение. Прибыль (в млн рублей) за один год выражается величиной

px – (0,5 + x + 7) = -0,5 +(p-1)x -7

Это выражение является квадратным трехчленом, оно достигает своего наибольшего значения при x = p-1. Прибыль за три года составит не менее 75 млн рублей, если Решая это неравенство, получим, что p ≥ 9 и p ≤ -7. Так как цена продукции не может быть отрицательной, то p ≥ 9. Таким образом, искомая наименьшая цена составляет 9 тыс. р.

Ответ: 9 тыс. рублей.

1.4 Задачи на оптимальный выбор

Задача 6

Предприниматель купил здание и собирается открыть в нем отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 21 квадратный метр и номера «люкс» площадью 49 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 1099 квадратных метров. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 2000 рублей в сутки, а номер «люкс» 4500 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своем отеле предприниматель?

Решение:

1-й способ – с помощью логики и арифметических действий.

Найдем стоимость 1 номера стандартного: 2000:21=95 (рублей).

Найдем стоимость 1 номера «люкс»: 4500: 49 =91 (рублей).

Так как стоимость 1 стандартного номера дороже, то выгоднее разместить на этой площади больше номеров стандартных, и как можно меньше номеров «люкс». Начнем перебор количества номеров «люкс» с наименьшей цифры. Пусть номеров «люкс» будет 0. Тогда число 1099 не делится нацело на 21. Далее. Допустим, что номеров «люкс» будет 1. Тогда: 1099 - 49=1050 ;

1050: 21 = 50 (номеров стандартных). Значит, на площади 1050 можно разместить 50 стандартных номеров. Тогда в сутки отель может заработать: 50· 2000 + 1· 4500=104500 (р.). Ответ: 104500 рублей.

2-й способ – с помощью составления опорной линейной функции.

Пусть x – количество стандартных номеров, y- количество номеров «люкс». Они занимают площадь 21x+49y. Составим равенство: 21x+49y = 1099. Выразим из этого равенства y = .

Составим функцию заработанных денег: S(x, y) =2000·x + 4500·y. Далее подставим в эту функцию выражение для y. Получим S(x) =71 ·x + 4500·22 . Это возрастающая линейная функция. Свое наибольшее значение она принимает при наибольшем значении x и наименьшем значении y. По условию x и y – натуральные числа. Значит, y=1 (это наименьшее натуральное число) и x=50. Значит, S (50, 1) = 2000·50 + 4500· 1=104500.

Ответ: 104500 рублей.

Задачи для самостоятельного решения

Экономические задачи ЕГЭ

1. (Статград, январь 2015). В банк помещена сумма 3 900 000 рублей под 50% годовых. В конце каждого из первых четырёх лет хранения, после начисления процентов вкладчик дополнительно вносил на счёт одну и ту же сумму. К концу пятого года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 725%.. Какую сумму вкладчик добавлял к вкладу?

Ответ: 210 000.

2. (Статград, январь 2015). Банк под определённый процент принял некоторую сумму. Через год четверть накопленной суммы была снята со счёта. Банк увеличил процент годовых на 40%. К концу следующего года накопленная сумма в 1,44 раза превысила первоначальный вклад. Каков новый процент годовых?

Ответ: 60%.

3. (Подготовка к ЕГЭ по математике 2016г. И.В. Семёнов, С.А. Шестаков, А.С. Трепалин.)

31 декабря Сергей взял в банке 4 382 000 рублей в кредит под 16% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 16%), затем Сергей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X, чтобы Сергей выплатил долг двумя тремя равными платежами (то есть за 3 года)?

Ответ: 1 951 120.

4. (Статград, январь 2015). 31 декабря Ваня взял в банке 5 005 000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Ваня переводит в банк платёж. Весь долг Ваня выплатил за 3 равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы смог выплатить долг за 2 равных платежа?

Ответ: 576 000.

5. (И.В.Ященко. ЕГЭ 2015 МАТЕМАТИКА типовые экзаменационные варианты.)

1 января 2015 года Павел Витальевич взял в банке 1000000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1% на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Павел Витальевич переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Павел Виталье-вич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 125000 рублей?

Ответ. 9

6. (Статград, март 2015). Алексей взял кредит в банке на срок 12 месяцев. По договору Алексей должен вернуть кредит ежемесячными платежами. В конце каждого месяца к оставшейся сумме долга добавляется r % этой суммы и своим ежемесячным платежом Алексей погашает эти добавленные проценты и уменьшает сумму долга. Ежемесячные платежи подбираются так, чтобы долг уменьшался на одну и ту же величину каждый месяц (на практике такая схема называется «схемой с дифференцированными платежами»). Известно, что общая сумма, выплаченная Алексеем банку за весь срок кредитования, оказалась на 13 % больше, чем сумма, взятая им в кредит.

Найдите r .

Ответ: 2.

7. (Статград, апрель 2015). Жанна взяла в банке в кредит 1,2 млн рублей на срок 24 месяца. По договору Жанна должна возвращать банку часть денег в конце каждого месяца. Каждый месяц общая сумма долга возрастает на 2 %, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Жанной банку в конце месяца. Суммы, выплачиваемые Жанной, подбираются так, чтобы сумма долга уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину каждый месяц. Какую сумму Жанна вернёт банку в течение первого года кредитования?

Ответ: 822 тыс. рублей.

8. (Экзамен 2016г.)

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

Ответ:7

9. (Статград Февраль 2015).

Алексей приобрёл ценную бумагу за 7 тыс. рублей. Цена бумаги каждый год возрастает на 2 тыс. рублей. В любой момент Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 10 %. В течение какого года после покупки Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через тридцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?

Ответ: 8.

10. (Высшая школа экономики. Задачи экономических олимпиад. Рациональная аренда.)

Молодой преподаватель экономики снимает квартиру в городе М. и в начале каждого месяца платит за аренду 26 000 руб. Деньги он снимает со своего счета в банке. Ежемесячно на сумму остатка на счете банк начисляет процент по ставке r %. Придя в начале очередного месяца за деньгами, хозяин квартиры предложил молодому экономисту следующую сделку: если он оплатит аренду сразу за два месяца вперед, то арендная плата за каждый из этих двух месяцев будет снижена до 25 500 руб. Если предложение будет принято, то в следующий раз хозяин придет за деньгами через два месяца и вновь потребует 26 000 руб. При каких значениях r арендатору стоит принимать это предложение?

Ответ: при ставке менее 4% предложение стоит принять.

11.(ЕГЭ 2016. Математика. 50 вариантов типовых тестовых заданий / И.В. Ященко, и др.) Предприниматель купил здание и собирается открыть в нем отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 21 квадратный метр и номера «люкс» площадью 49 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 1099 квадратных метров. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 2000 рублей в сутки, а номер «люкс» 4500 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своем отеле предприниматель?

Ответ: 104 500 рублей в сутки

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате данной работы я:

─ смогла все экономические задачи разбить на четыре основных группы;

─решила ряд экономических задач;

─ создала методическое пособие для учащихся 10-11 классов при подготовке к ЕГЭ.

Исследование и решение мною заданий ЕГЭ показало, что отлично зная теоретический материал и умея оперировать этими знаниями, можно с лёгкостью решить задачи любой сложности из экзамена по теме «Экономические задачи» даже ученикам 10 класса. Проводя проектную работу, я смогла повторить прошлый материал и извлечь новую информацию, которая в будущем поможет мне на ЕГЭ. Для успешной сдачи надо помнить, что все экономические задачи в вариантах ЕГЭ вычислительные, поэтому для их успешного решения должен быть отработан аппарат стандартных вычислений. Благодаря полученным знаниям в процессе моей работы, экономические задачи стали для меня не проблемой. Теперь я с легкостью смогу решить экономическую задачу на ЕГЭ и получить 3 балла, ведь для математики 3 балла – это очень много.

Я надеюсь, что данная работа будет полезна не только мне, но и всем выпускникам, учителям математики.

Экономические задачи – это не просто задачи из математики, это часть нашей жизни в современном мире. Умение их решать будет полезно как для проверки банковских операций, так и в простых жизненных ситуациях.

Список используемой литературы.

Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов Единого государственного экзамена 2017 года по математике. Профильный уровень. – www.fipi.ru

ЕГЭ 2017. Математика. 30 вариантов типовых тестовых заданий и 800 заданий части 2/ И.В. Ященко, М.А. Волчкевич и др.; под ред. И.В. Ященко. – М.: Издательство «Экзамен», издательство МЦНМО, 2016.

Математика. Подготовка к ЕГЭ-2017. Профильный уровень. 40 тренировочных вариантов по демоверсии на 2017 год: учебно-методическое пособие /Под редакцией Ф.Ф.Лысенко, С..Кулабухова.- Ростов-на-Дону:Легион, 2016

ЕГЭ 2016. Математика. 30 вариантов типовых тестовых заданий

/ И.В. Ященко, М.А. Волчкевич и др.; под ред. И.В. Ященко. – М.: Издательство «Экзамен», издательство МЦНМО, 2015.

Математика. Подготовка к ЕГЭ-2015. Профильный уровень. 40 тренировочных вариантов по демоверсии на 2015 год: учебно-методическое пособие /Под редакцией Ф.Ф.Лысенко, С.Ю.Кулабухова.- Ростов-на-Дону:Легион, 2014

https://ege.sdamgia.ru